

***4.1.** Oblicz:

- a) $\log_3 243$; c) $\log 1000$; e) $\log_2 \frac{1}{1024}$; g) $\log_5 625$;
b) $\log_{\frac{1}{2}} 32$; d) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{81}{16}$; f) $\log_{\frac{1}{6}} 216$; h) $\log_{\frac{1}{5}} 1$.

***4.2.** Oblicz:

- a) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt[3]{5}$; c) $\log_2 8\sqrt{2}$; e) $\log_4 8\sqrt[4]{2}$; g) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{9}$;
b) $\log_{\sqrt[3]{3}} 27$; d) $\log_{\frac{1}{3}} 81\sqrt{3}$; f) $\log_{\frac{1}{5}} 25\sqrt{5}$; h) $\log_{2\sqrt{2}} 4\sqrt{8}$.

***4.3.** Oblicz x , jeśli:

- a) $\log_3 x = -1$; c) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$; e) $\log_2 x = -\frac{2}{3}$; g) $\log_2 x = 10$;
b) $\log_5 x = 3$; d) $\log_{\frac{1}{3}} x = -\frac{1}{2}$; f) $\log_4 x = 0$; h) $\log_{2\sqrt{2}} x = -3$.

***4.4.** Oblicz x , jeśli:

- a) $\log_x 25 = 2$; c) $\log_x 3 = \frac{1}{2}$; e) $\log_x \frac{1}{9} = -2$; g) $\log_x 27 = 3$;
b) $\log_x 81 = 4$; d) $\log_x 2 = \frac{1}{3}$; f) $\log_x 64 = -3$; h) $\log_x 36 = -2$.

***4.5.** Oblicz:

- a) $2^{\log_2 7}$; c) $10^{2+\log 3}$; e) $36^{\log_6 5 - \frac{1}{4}}$; g) $3^{2+\log_3 4}$;
b) $3^{2 \cdot \log_3 16}$; d) $5^{-1+2 \log_5 4}$; f) $27^{\log_3 2 - \frac{1}{3}}$; h) $2^{5 - \frac{1}{3} \log_2 27}$.

***4.6.** Oblicz:

- a) $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_3 5}} + 49^{\frac{1}{\log_4 7}}}$; c) $81^{\frac{1}{\log_4 9}} - 8^{\log_4 9}$;
b) $16^{\log_2 \sqrt[4]{2} + \log_4 3}$; d) $3^{\frac{3}{\log_{\sqrt{6}} 3} - \log_3 2 \cdot \log_2 \sqrt{6}}$.

***4.7.** Wiedząc, że:

- a) $\log_5 4 = a$ i $\log_5 3 = b$, oblicz $\log_{25} 12$;
b) $\log_3 4 = a$ i $\log_3 5 = b$, oblicz $\log_{27} 0,8$;
c) $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$, oblicz $\log_7 50$;
d) $\log_3 20 = a$ i $\log_3 15 = b$, oblicz $\log_2 360$.

***4.8.** Porównaj liczby a i b , jeśli:

- a) $a = \log_2 \sqrt{2}$ i $b = \log_2 \sqrt{3}$; c) $a = \log_2 7$ i $b = \log_3 7$;
b) $a = \log_{\frac{1}{3}} 8$ i $b = \log_{\frac{1}{3}} 9$; d) $a = \log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{5}$ i $b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$.

Funkcja logarytmiczna i jej własności

*4.9. Określ dziedzinę funkcji:

a) $f(x) = \log_2 \frac{x}{1-x}$;

d) $f(x) = \log_x (2^x - 16\sqrt{2})$;

b) $f(x) = \log_{x+1} (4-x^2)$;

e) $f(x) = \log_{x+3} \frac{x}{x+1}$;

c) $f(x) = \log_{x^2-1} (x^2 - 2x - 3)$;

f) $f(x) = \log_{|x-1|} (x^3 - x^2 + 3x - 3)$.

*4.10. Narysuj wykres funkcji i omów jej własności:

a) $f(x) = \log_2 (x-1) + 2$;

c) $f(x) = \log_3 (-x) - 2$;

b) $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}} x + 1$;

d) $f(x) = 1 - \log_2 (x+3)$.

*4.11. Narysuj wykres funkcji i omów jej własności:

a) $f(x) = |\log_2 (x+4)|$;

c) $f(x) = \log_3 |x-1|$;

b) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} |x|$;

d) $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{3}} |x+2| \right|$.

Równania i nierówności logarytmiczne

*4.15. Rozwiąż równania:

a) $\log_2 (\log_3 x) = 1$;

d) $\log_3 [7 + \log_5 (x^2 + 9)] = 2$;

b) $\log_5 [3 + \log_4 (\log_2 x + 10)] = 1$;

e) $\log_4 \log_2 \log_3 (2x - 1) = \frac{1}{2}$;

c) $\log_4 \{1 + \log_3 [1 + \log_2 (x + 3)]\} = \frac{1}{2}$;

f) $\log_{\frac{1}{2}} \log_8 \frac{x^2 - 2x}{x-3} = 0$.

*4.16. Rozwiąż równania:

a) $\log_{x+2} 25 = 2$;

d) $\log_x \frac{x+2}{x} = 1$;

b) $\log_{x-1} (2x^2 + 4x - 6) = 2$;

e) $\log_{x^2} (x+2) = 1$;

c) $\log_x (4x^2 + x - 4) = 3$;

f) $\log_{4-x} 16 = 2$.

*4.17. Rozwiąż równania:

a) $\log_4 \frac{2}{x-1} = \log_4 (4-x)$;

c) $\log \frac{9-2x}{2} = \log \frac{4,5}{x}$;

b) $\log \left(x + \frac{3}{2} \right) = \log \frac{1}{x}$;

d) $\log_3 (x-1) = \log_3 \frac{1}{2x-1}$.

***4.18.** Rozwiąż równania:

- a) $\log(x-3) - \log(2-x) = \log(x^2-4)$;
- b) $\log_4(x+3) - 2 = \log_4(x-1) - \log_4 8$;
- c) $\log 5 + \log(x+10) = 1 - \log(2x-1) + \log(21x-20)$;
- d) $\log_5(3x-11) + \log_5(x-27) = 3 + \log_5 8$;
- e) $\log_7(x-2) - \log_7(x+2) = 1 - \log_7(2x-7)$;
- f) $\log(x-1) + \log(x+1) = \log 8 + \log(x-2)$.

***4.19.** Rozwiąż równania:

- a) $\log(x+3) - \log 0,4 = 2\log(x-2)$;
- b) $2\log(x-2) - \log(3x-6) = \log 4$;
- c) $2\log_3(x-5) - \log_3 4 = \log_3(3x-20)$;
- d) $\log \sqrt{5x-4} + \log \sqrt{x+1} = 2 + \log 0,18$;
- e) $\frac{1}{2}\log(x-5) + \log \sqrt{2x-3} = \log 30 - 1$;
- f) $\log_4 \sqrt{x} + \frac{1}{2}\log_4(x+4) = \frac{5}{4}$.

***4.20.** Rozwiąż równania:

- a) $\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2$;
- b) $2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$;
- c) $\log_2(x+1)^2 + \log_2|x+1| = 6$;
- d) $\log(x-5)^2 + \log(x+6)^2 = 2$.

***4.21.** Rozwiąż równania:

- a) $\frac{\log x}{\log(x+1)} = -1$;
- b) $\frac{\log x^2}{\log(6x-5)} = 1$;
- c) $\frac{\log(9-x^3)}{\log(3-x)} = 3$;
- d) $\frac{\log(2x-19) - \log(3x-20)}{\log x} = -1$

***4.22.** Rozwiąż równania:

- a) $\log_2(4^x+4) = \log_2(2^{x+1}+3)$;
- b) $\log_2(12-2^x) = 5-x$;
- c) $\log_2(9^{x-1}+7) = 2 + \log_2(3^{x-1}+1)$;
- d) $\log_2(9-2^x) = 25^{\log_3 \sqrt{3-x}}$;
- e) $\log_2(25^{x+3}-1) = 2 + \log_2(5^{x+3}+1)$;
- f) $\log_6(3^{x^2}+1) - \log_6(3^{2-x^2}+9) = \log_6 2 - 1$.

***4.23.** Rozwiąż równania:

- a) $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 8 = 0$;
b) $\log_2^2 x - 6\log_2 x + 5 = 0$;
c) $(\log_2 x - 3)\log_2 x + \frac{2}{3}(\log_2 x + 1) = 0$;
d) $\log_5^3 x + 2\log_5^2 x - \log_5 x - 2 = 0$;
e) $\log_4^3 x + 2\log_4 x + 3 = 0$;
f) $\log_2^4(x-1) + 3\log_2^2(x-1) - 4 = 0$.

***4.24.** Rozwiąż równania:

- a) $\frac{3}{\log x - 1} = \log x + 1$;
b) $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$;
c) $\log^2 x + \log x + 1 = \frac{7}{\log x - 1}$;
d) $\frac{1 + \log(x-1)}{1 - \log^2(x-1)} + \frac{1}{1 - \log(x-1)} = 1$.

***4.25.** Rozwiąż równania:

- a) $x^{2\log^3 x - \frac{3}{2}\log x} = \sqrt{10}$;
b) $x^{2 - \frac{1}{2}\log x} = 100$;
c) $\sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} = 10$;
d) $(\sqrt{x})^{\log_5 x - 1} = 5$;
e) $x^{\log_3 3x} = 9$;
f) $x^{3 - \log \frac{x}{3}} = 900$.

***4.26.** Rozwiąż równania:

- a) $\log_x \sqrt{5} + \log_x(5x) - 2,25 = (\log_x \sqrt{5})^2$;
b) $\log_x 10 + 2\log_{10x} 10 - 3\log_{100x} 10 = 0$;
c) $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{16x} 2$;
d) $2\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 = \log_{9\sqrt{x}} 3$;
e) $\log_5 x + \log_{\sqrt{5}} x + \log_{\frac{1}{25}} x = 5$;
f) $\log_x 8 - \log_{4x} 8 = \log_{2x} 16$.

***4.27.** Rozwiąż nierówności:

- a) $\log_2(x-1) > 2$;
b) $\log_3(2-x) \leq 1$;
c) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+5) > -3$;
d) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-4) < -2$;
e) $\log_2|x-3| > 1$;
f) $\log_{\frac{1}{3}}|x+2| \geq -2$.

***4.28.** Rozwiąż nierówności:

- a) $\log_3(x^2 - 5x + 6) < 0$;
b) $\log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 2x - 1) \leq -1$;
c) $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 0$;
d) $\log_{\frac{1}{2}}(5 + 4x - x^2) > -3$;
e) $\log_{\frac{1}{5}}(2x+1) < \log_{\frac{1}{5}}(16-x^2) + 1$;
f) $\log_{\frac{1}{2}}(5x+10) < \log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+8)$.

***4.29.** Rozwiąż nierówności:

a) $\log \frac{x+1}{2x-3} \geq 0;$

b) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2-4x-6}{4x-11} \leq -1;$

c) $\log_3 \frac{3}{x-1} > \log_3 (5-x);$

d) $\log_{\frac{1}{4}} (2-x) > \log_{\frac{1}{4}} \frac{2}{x+1}.$

***4.30.** Rozwiąż nierówności:

a) $\log_{\frac{1}{3}} [\log_4 (x^2 - 5)] > 0;$

b) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{1+2x}{1+x} \right) > 0;$

c) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_8 \frac{x^2-2x}{x-3} \right) < 0;$

d) $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 0.$

***4.31.** Rozwiąż nierówności:

a) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x - 3 < 0;$

b) $-2 \log_4^2 x + 3 \log_4 x - 1 > 0;$

c) $\log_2^3 x - 7 \log_2^2 x + 14 \log_2 x - 8 > 0;$

d) $\log_{\frac{1}{3}}^3 x - 3 \log_{\frac{1}{3}}^2 x - \log_{\frac{1}{3}} x + 3 < 0.$

e) $\frac{1}{5-\log x} + \frac{2}{\log x+1} - 1 < 0;$

f) $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_2 x-1} - 1 < 0.$

***4.32.** Rozwiąż nierówności:

a) $\left(\frac{2}{5} \right)^{\log_{0,25} (x^2-5x+8)} \leq 2,5;$

b) $\left(\frac{1}{2} \right)^{\log_{\frac{1}{9}} (x^2-3x+1)} < 1;$

c) $0,3^{\log_2 \frac{3x-1}{3x+2}} > 1;$

d) $0,2^{6-\frac{3}{\log_4 x}} > \sqrt[3]{0,008^{2 \log_4 x-1}}.$

***4.33.** Rozwiąż nierówności:

a) $\log_{\frac{1}{3}} x > \log_x 3 - 2,5;$

b) $\log_2 (x-1) - \log_2 (x+1) + \log_{\frac{x+1}{x-1}} 2 > 0;$

c) $\log_{\frac{x}{2}} 8 + \log_{\frac{x}{4}} 8 < \frac{\log_2 x^4}{\log_2 x^2 - 4};$

d) $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 \cdot \log_2 4x > 1.$

***4.34.** Rozwiąż nierówności:

a) $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3 > 0;$

b) $\log_{3x+4} x^2 < 1;$

c) $\log_{x^2-x} (x+3) < 1;$

d) $\log_{|x|} \frac{2x^2-x}{2} > 1.$

***4.38.** Wyznacz dziedzinę funkcji:

a) $f(x) = \log_{x+5}(x^2 - 4) + \sqrt{6 - 2x}$;

c) $f(x) = \log_2 \left[1 - \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6) \right]$;

b) $f(x) = \frac{\sqrt{\log(9 - x^2)}}{2^x - 4}$;

d) $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{x^2 - 1}}$.

****4.39.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji $f(x) = \log(mx^2 + 4mx + m + 3)$ jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.

****4.40.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji $f(x) = \log[(m^2 + m - 6)x^2 + (m - 2)x + 1]$ jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.

****4.47.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + 2x + \frac{1}{4} \log_2(m + 1) = 0$ ma dwa różne rozwiązania, których suma odwrotności jest równa -8 .

****4.48.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $-\frac{3}{4}x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(m + 2) \cdot x + \log_{\frac{1}{2}}(m + 2) + \frac{2}{3} = 0$ ma dwa różne rozwiązania.

****4.49.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których nierówność $x^2 \log_3 m + 2x - 1 < 0$ spełnia każda liczba rzeczywista.

****4.50.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $2 \log(x + 3) = \log(mx)$ ma tylko jedno rozwiązanie.

****4.51.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $2 \log_2(x + 1) = \log_2[(m - 1)x]$ ma tylko jedno rozwiązanie dodatnie.

****4.52.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $\log[(m + 4)x] = \log(x^2 + 2x)$ ma tylko jedno rozwiązanie ujemne.

****4.54.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $m \log_2^2(x + 1) - 2m \log_2(x + 1) + m - 4 = 0$ ma dwa różne rozwiązania mniejsze od 3.

****4.55.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których nierówność $\log_2[m(x^2 + 1)] \leq \log_2(4x^2 + 4x + 7)$ ma co najmniej jedno rozwiązanie.

****4.56.** Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $\log_2 x + \log_2(x - m) = \log_2(3x - 4)$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste.

Odpowiedzi do rozdziału 4.

4.1. a) 5; b) -5; c) 3; d) -4; e) -10; f) -3; g) 4; h) 0.

4.2. a) $2\frac{2}{3}$; b) 9; c) $3\frac{1}{2}$; d) $-4\frac{1}{2}$; e) $1\frac{5}{8}$; f) $-2\frac{1}{2}$; g) $\frac{4}{3}$; h) $2\frac{1}{3}$.

4.3. a) $x = \frac{1}{3}$; b) $x = 125$; c) $x = 4$; d) $x = \sqrt{3}$; e) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$; f) $x = 1$; g) $x = 1024$; h) $x = \frac{\sqrt{2}}{32}$.

4.4. a) $x = 5$; b) $x = 3$; c) $x = 9$; d) $x = 8$; e) $x = 3$; f) $x = \frac{1}{4}$; g) $x = 3$; h) $x = \frac{1}{6}$.

4.5. a) 7; b) 4; c) 300; d) $3\frac{1}{5}$; e) $\frac{25\sqrt{6}}{6}$; f) $2\frac{2}{3}$; g) 36; h) $10\frac{2}{3}$.

4.6. a) 5; b) 18; c) -11; d) 6.

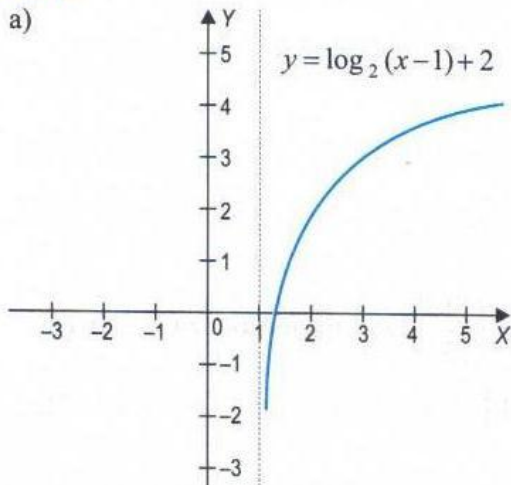
4.7. a) $\frac{a+b}{2}$; b) $\frac{a-b}{3}$; c) $\frac{a+2b}{1-a}$; d) $\frac{3a-b+5}{a-b+1}$.

4.8. a) $b > a$; b) $a > b$; c) $b < a$; d) $b < a$.

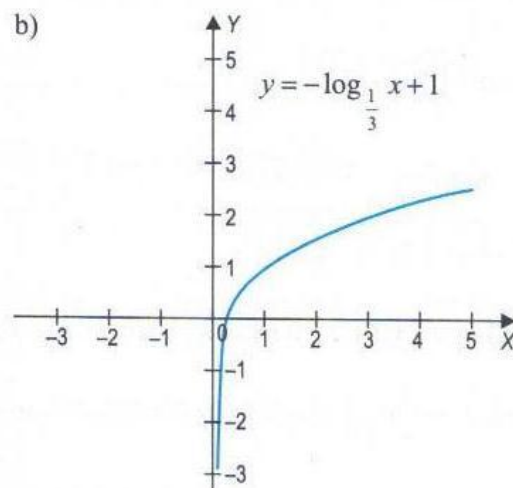
4.9. a) $x \in (0, 1)$; b) $x \in (-1, 0) \cup (0, 2)$; c) $x \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, -1) \cup (3, +\infty)$;
d) $x \in \left(4\frac{1}{2}, +\infty\right)$; e) $x \in (-3, -2) \cup (-2, -1) \cup (0, +\infty)$; f) $x \in (1, 2) \cup (2, +\infty)$.

4.10.

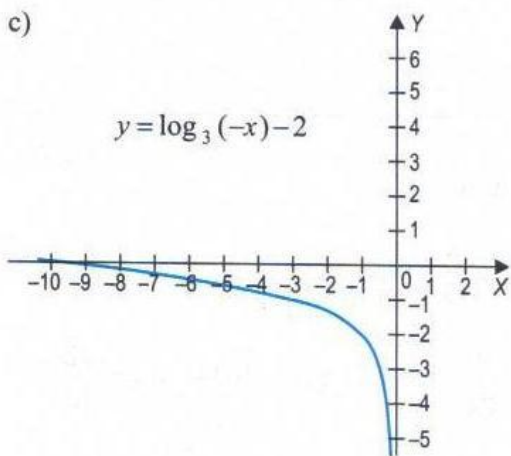
a)



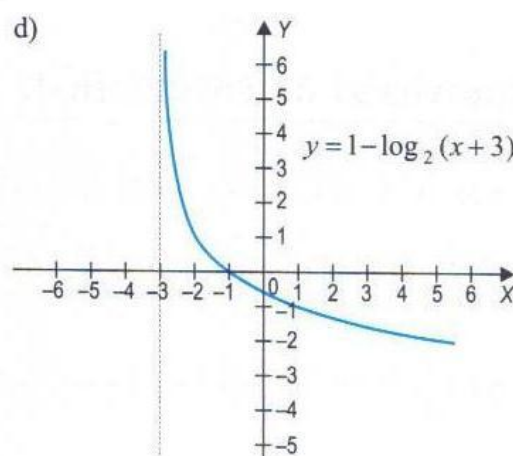
b)



c)

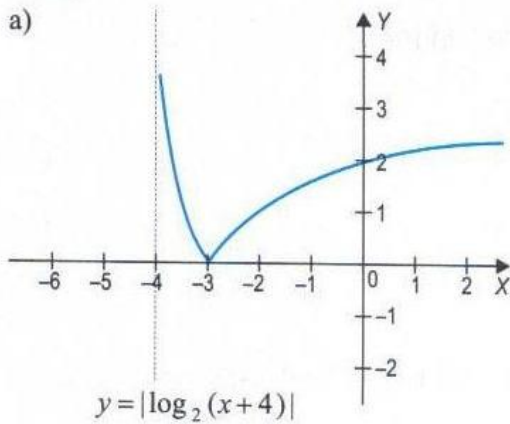


d)

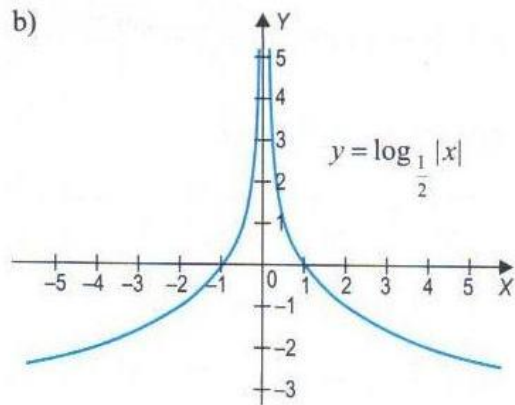


4.11.

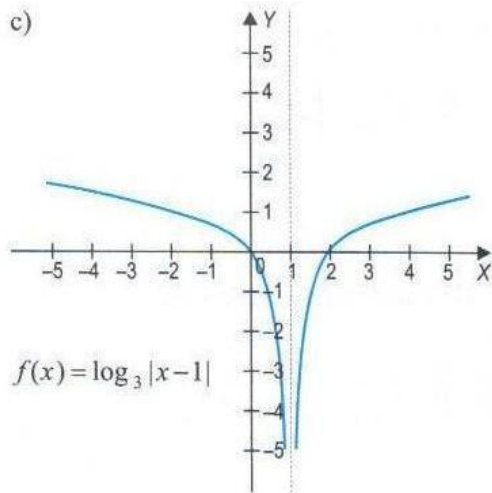
a)



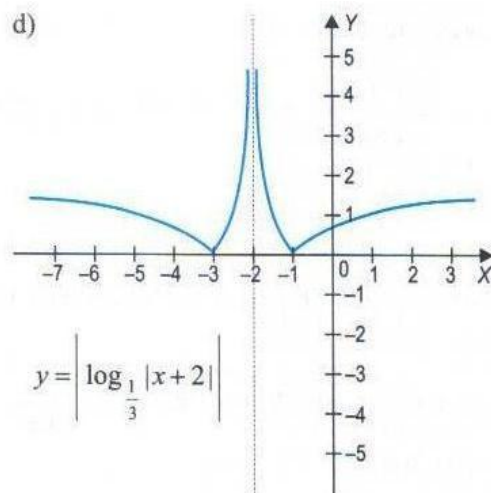
b)



c)



d)



4.15. a) $x = 9$; b) $x = 64$; c) $x = 1$; d) $x \in \{-4, 4\}$; e) $x = 41$; f) $x \in \{4, 6\}$.

4.16. a) $x = 3$; b) równanie sprzeczne; c) $x = 4$; d) $x = 2$; e) $x = 2$; f) $x = 0$.

4.17. a) $x \in \{2, 3\}$; b) $x = \frac{1}{2}$; c) $x \in \left\{1\frac{1}{2}, 3\right\}$; d) $x = 1\frac{1}{2}$.

4.18. a) równanie sprzeczne; b) $x = 5$; c) $x \in \left\{1\frac{1}{2}, 10\right\}$; d) $x = 37$; e) $x = 9$; f) $x \in \{3, 5\}$.

4.19. a) $x = 7$; b) $x = 14$; c) $x \in \{7, 15\}$; d) $x = 8$; e) $x = 6$; f) $x = 4$.

4.20. a) $x \in \left\{\frac{13}{21}, 2\right\}$; b) $x \in \{3, 3 + \sqrt{2}\}$; c) $x \in \{-5, 3\}$;

d) $x \in \left\{-5, 4, \frac{-1 - \sqrt{161}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{161}}{2}\right\}$.

4.21. a) $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$; b) $x = 5$; c) $x = 1$; d) $x = 10$.

4.22. a) $x = 0$; b) $x \in \{2, 3\}$; c) $x \in \{1, 2\}$; d) $x = 0$; e) $x = -2$; f) $x \in \{-1, 1\}$.

4.23. a) $x \in \left\{\frac{1}{81}, 9\right\}$; b) $x \in \{2, 32\}$; c) $x \in \{\sqrt[3]{2}, 4\}$; d) $x \in \left\{\frac{1}{25}, \frac{1}{5}, 5\right\}$;

e) $x = \frac{1}{4}$; f) $x \in \left\{1\frac{1}{2}, 3\right\}$.

4.24. a) $x \in \left\{\frac{1}{100}, 100\right\}$; b) $x \in \{100, 1000\}$; c) $x = 100$; d) równanie sprzeczne.

4.25. a) $x \in \left\{\frac{1}{10}, 10\right\}$; b) $x = 100$; c) $x \in \left\{\frac{1}{100}, 100\right\}$; d) $x \in \left\{\frac{1}{5}, 25\right\}$; e) $x \in \left\{\frac{1}{9}, 3\right\}$;

f) $x \in \{30, 100\}$.

4.26. a) $x \in \{\sqrt[3]{5}, 5\}$; b) $x = \frac{\sqrt{10}}{10}$; c) $x \in \left\{\frac{1}{4}, 4\right\}$; d) $x \in \left\{\frac{1}{9}, 9\right\}$; e) $x = 25$; f) $x \in \left\{\frac{\sqrt{2}}{4}, 2\right\}$.

4.27. a) $x \in (5, +\infty)$; b) $x \in (-1, 2)$; c) $x \in \left(-2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}\right)$; d) $x \in \left(9\frac{2}{3}, +\infty\right)$;

e) $x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$; f) $x \in (-11, -2) \cup (-2, 7)$.

4.28. a) $x \in \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, 2\right) \cup \left(3, \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$; b) $x \in (-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$;

c) $x \in (2-\sqrt{2}, 1) \cup (3, 2+\sqrt{2})$; d) $x \in (-1, 1) \cup (3, 5)$; e) $x \in (1, 4)$; f) $x \in (-2, 1)$.

4.29. a) $x \in \left(1\frac{1}{2}, 4\right)$; b) $x \in \left(2, 2\frac{3}{4}\right) \cup (4, +\infty)$; c) $x \in (1, 2) \cup (4, 5)$; d) $x \in (-1, 0) \cup (1, 2)$.

4.30. a) $x \in (-3, -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}, 3)$; b) $x \in (0, +\infty)$; c) $x \in (3, 4) \cup (6, +\infty)$;

d) $x \in (-4, -3) \cup (8, +\infty)$.

4.31. a) $x \in \left(\frac{1}{8}, 2\right)$; b) $x \in (2, 4)$; c) $x \in (2, 4) \cup (16, +\infty)$; d) $x \in \left(\frac{1}{27}, \frac{1}{3}\right) \cup (3, +\infty)$;

e) $x \in \left(0, \frac{1}{10}\right) \cup (100, 1000) \cup (100000, +\infty)$; f) $x \in (0, 1) \cup (2, +\infty)$.

4.32. a) $x \in (1, 4)$; b) $x \in \left(0, \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, 3\right)$; c) $x \in \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$; d) $x \in (1, 2) \cup (64, +\infty)$.

4.33. a) $x \in (0, 1) \cup (\sqrt{3}, 9)$; b) $x \in (3, +\infty)$; c) $x \in (0, 2) \cup (4, +\infty)$; d) $x \in \left(2^{-\sqrt{2}}, \frac{1}{2}\right) \cup (1, 2^{\sqrt{2}})$.

4.34. a) $x \in (1, +\infty)$; b) $x \in \left(-\frac{4}{3}, -1\right) \cup (-1, 0) \cup (0, 4)$;

c) $x \in (-3, -1) \cup \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right) \cup \left(1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \cup (3, +\infty)$;

d) $x \in (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.

4.38. a) $D_f = (-5, -4) \cup (-4, -2) \cup (2, 3)$; b) $D_f = (-2\sqrt{2}, 2) \cup (2, 2\sqrt{2})$;
c) $D_f = \left(-\infty, \frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}, +\infty\right)$; d) $D_f = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$.

4.39. $m \in (0, 1)$.

4.40. $m \in \left(-\infty, -4\frac{2}{3}\right) \cup (2, +\infty)$.

4.47. $m = 1$.

4.48. $m \in (-2, 0) \cup (2, +\infty)$.

4.49. $m \in \left(0, \frac{1}{3}\right)$.

4.50. $m = 12$ lub $m \in (-\infty, 0)$.

4.51. $m = 5$; $x = 1$.

4.52. $m \in (-\infty, -4)$; $x = m + 2$.

4.54. $m \in (4, +\infty)$.

4.55. $m \in (0, 8)$.

4.56. $m \in \left(1, 1\frac{1}{3}\right)$.