*5.2. Metodą indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n zachodzi równość:

b) $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$;

c) $1+7+13+\ldots+(6n-5)=n(3n-2)$;

f) $1^2+3^2+5^2+\ldots+(2n-1)^2=\frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$

g) $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$;

h) $1^3+3^3+5^3+\ldots+(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$.

*5.3. Metodą indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n zachodzi równość:

a) $\frac{1}{1\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 11}+\frac{1}{11\cdot 16}+\ldots+\frac{1}{(5n-4)(5n+1)}=\frac{n}{5n+1}$;

b) $\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 9}+\frac{1}{9\cdot 13}+\ldots+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\frac{n}{4n+1}$;

*5.4. Metodą indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n:

a) liczba 10^n+2 jest podzielna przez 6;

b) liczba 7^n-1 jest podzielna przez 3;

c) liczba 10^n-1 jest podzielna przez 9;

d) liczba $10^{n+1}+212$ jest podzielna przez 12;

*5.5. Metodą indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n:

a) liczba $4^n+15n-1$ jest podzielna przez 9;

b) liczba 10^n+4^n-2 jest podzielna przez 3;

c) liczba $11^{n+1}+12^{2n-1}$ jest podzielna przez 133;

Zadanie 82. *Wykazać, że dla dowolnego $x \neq 2\pi$ dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość* $\sum_{k=1}^{n} \sin kx = \frac{\sin\frac{nx}{2}\cdot\sin\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$.

Zadanie 83. *Wykazać, że dla dowolnego $x \neq 2\pi$ dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość* $\sum_{k=1}^{n} \cos kx = \frac{\sin\frac{nx}{2}\cdot\cos\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$.