

## I. Elementy logiki, wyciąganie wniosków, poprawność sformułowania

1. Przypisz wartość PRAWDA/FALSZ następującym stwierdzeniom:

a) Jeśli A jest spokrewniony z B i B jest spokrewniony z C, to A jest spokrewniony z C.

*Uwaga: przez 'niespokrewnieni' rozumiemy: 'niemający wspólnego przodka w zarejestrowanej historii'.*

Czy odpowiedź ulegnie zmianie w kulturze, w której mąż i żona (ściślej: rodzice wspólnego dziecka) uważani są za krewnych?

Czy odpowiedź ulegnie zmianie, jeśli relację pokrewieństwa ludzi wywodzić będziemy na podstawie *Rdz 2,22* '...z zebra, które wyjął z mężczyzny zbudował niewiastę'?

b) Jeśli liczba całkowita dodatnia  $a$  nie jest podzielna przez żadną liczbę naturalną mniejszą od  $a$ , to  $a$  jest liczbą pierwszą.

*Definicja: liczba pierwsza to taka liczba naturalna, która posiada dokładnie dwa różne dzielniki naturalne.*

c) Jeśli  $b|a$  oraz  $c|a$ , to  $(bc)|a$ .

*Uwaga: symbol  $b|a$  oznacza 'liczba całkowita  $a$  dzieli się bez reszty przez liczbę całkowitą  $b$ '.*

2. Ćwiczeniowiec zapytany przez studenta o to kiedy można przyjść na konsultacje odpowiedział:

*Będę we wtorek lub jeśli będę w poniedziałek, to będę w środę. Jeśli będę we wtorek, to nie będzie mnie w poniedziałek. Jeśli będę w środę, to będę w poniedziałek. Jeśli nie będzie mnie w poniedziałek, to będę w środę.*

Kiedy student może przyjść na konsultacje?

3. Przechodzień na spacerze spostrzega kobietę z dwójką identycznie wyglądających chłopców. – O, bliźniaki! - pomyślał. Czy wyciągnął poprawny wniosek?

4. Zanegować zdania:

a) Jaś dobrze gra w szachy i w ping-ponga.

b) Jeśli Jaś nie będzie trenował, to nie wygra turnieju.

c) Jaś wygra turniej wtedy i tylko wtedy, gdy włoży wiele wysiłku w przygotowania.

d) Każdą kelnerką z baru X interesuje się co najmniej dwóch klientów i szatniarz.

Jaka jest wartość logiczna zdania z podpunktu *d*, jeśli bar X zatrudnia tylko kelnerów?

Jaka jest wartość logiczna tego zdania, jeśli w barze X pracuje jedna kelnerka, ale nie ma szatniarza?

5. Oceń poprawność następującego wnioskowania:

Sobieski odniósł zwycięstwo w bitwie pod Chocimiem i Sobieski był królem Polski, zatem król Polski zwyciężył w bitwie pod Chocimiem.

*Uwaga: 11.XI.1673 r. panującym królem Polski był Michał Korybut Wiśniowiecki.*

6. Rozstrzygnij czy następujące zdania są tautologiami:

a)  $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \wedge q) \Rightarrow r)$

b)  $[(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

c)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

d)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \vee r) \Rightarrow (q \vee s)]$

e)  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow q$

f)  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow [(p \vee q) \Rightarrow (p \vee r)]$

g)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)]$

h)  $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge [(p \wedge q) \Rightarrow \sim r] \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$

7.

*Udowodnić*

$p \Leftrightarrow \neg\neg p$  prawo podwójnego przeczenia

$p \vee \neg p$  prawo wyłączonego środka

$\neg(p \wedge \neg p)$  prawo sprzeczności

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$  prawo de Morgana

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$  prawo de Morgana

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$  prawo transpozycji

$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow p$  prawo Pierce'a

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg p \vee q$

$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge (\neg q)$

$(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$  prawo Claviusa

$\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  prawo Duns Scotusa.

8.

*Znaleźć możliwie najkrótszą formułę równoważną danej*

$(p \wedge q \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg s) \vee \neg(p \wedge r \Rightarrow q),$

$\neg p \Rightarrow \neg\neg q,$

$(p \wedge q) \vee \neg(\neg p \Rightarrow \neg q).$

9.

*Oceń wartość logiczną zdań*

a)  $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 > 0,$

b)  $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m,$

c)  $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n > m,$

d)  $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x \neq y \wedge x^2 = y^2,$

e)  $\exists x \in \mathbb{Q} \quad x^2 = 3,$

f)  $\forall \varepsilon \in \mathbb{R} \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (n \geq n_0 \Rightarrow \frac{1}{n} \leq \varepsilon).$