

### 3. Wielomiany, funkcja kwadratowa

**Zadanie 1.** Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $x - 1$  wynosi 1, reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $x - 2$  wynosi 4. Znaleźć resztę z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $x^2 - 3x + 2$ .

**Zadanie 2.** Wyznacz wartości parametrów  $a, b$  tak aby liczba 1 była dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu  $W(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$ .

**Zadanie 3.**  $W(x)$  jest wielomianem czwartego stopnia, a liczba 3 jest jego czterokrotnym pierwiastkiem. Wiedząc, że  $W(1) = 80$  wyznaczyć  $W(x)$ .

**Zadanie 4.** Rozwiązać  $|x^3 + x + 1| = 1$ ,  $x^3 + |x^2 - 2x| = 0$ ,  $|x^3 - 3x| \geq 2$ ,  $|x^3 - x| \leq 3x$ .

**Zadanie 5.** Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $x^4 - 6x^2 + m = 0$  ma cztery różne rozwiązania.

**Zadanie 6.** Wykazać, że jeżeli wielomian  $W(x) = x^3 + ax + b$  ma pierwiastek dwukrotny, to  $4a^3 + 27b^2 = 0$ .

**Zadanie 7.** Dla jakich wartości parametru  $W(x) = 2x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 10x + m$  ma pierwiastek trzykrotny.

**Zadanie 8.** Uzasadnij, że równanie  $x^3 + 3x^2 + 2x = (2006)^3$  nie ma pierwiastków całkowitych.

**Zadanie 9.** Udowodnić, że jeżeli wielomian  $W(x) = x^3 + px + q$  ma trzy różne pierwiastki to  $p < 0$ .

**Zadanie 10.** Znajdź wszystkie liczby naturalne  $n$  takie, że  $n^4 + 4$  jest liczbą pierwszą.

**Zadanie 11.** Określić liczbę rozwiązań w zależności od wartości parametru  $m$

$$\frac{p}{x-3} = 2, \quad \frac{x+2}{x+p} = 2, \quad \frac{x}{x-3} = p.$$

**Zadanie 12.** Naskicować wykres funkcji  $f(x) = \left| \frac{x+2}{x-2} \right|$ , a następnie określić liczbę rozwiązań równania  $f(x) = p$  w zależności od wartości parametru  $m$ .

**Zadanie 13.** Wyznaczyć te wartości parametru  $p$  dla których równanie  $x - \frac{p-6}{x-2} = 4$  ma  
a) dokładnie jedno rozwiązanie    b) dwa rozwiązania.

**Zadanie 14.** Wyznaczyć te wartości parametru  $p$  dla których nierówność

$$\frac{(m+1)x^2 - mx + 1}{x^2 - (m+2)x + 1} > 0$$

jest prawdziwa dla każdej wartości parametru  $x$ .

**Zadanie 15.** Dwie pracownice poczty miały ostemplować partię listów. Pierwsza rozpoczęła o  $8^{00}$ , a druga o  $9^{00}$ . O  $11^{00}$  stwierdziły, że ostemplowały 45% listów. Po skończeniu pracy stwierdziły, że każda ostemplowała tyle samo listów. O której godzinie skończyły stemplowanie? Ile czasu zajęłaby ta praca każdej z urzędniczek gdyby wykonała ją samodzielnie?