

Pochodne funkcji Lista zadań 04

Zadanie 1. *Obliczyć pochodne funkcji:*

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{x + \cos x}, \quad f(x) = \frac{2^x \cdot \ln x}{x + \sqrt{x^2 + 2x + 3}}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \arctg \frac{\sqrt{x}}{x+1}},$$

$$f(x) = x^x, \quad f(x) = \left(\frac{2^x + \ln x}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}^{\ln x}},$$

Zadanie 2. *Obliczyć granice*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x^4}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + x)}{x}.$$

Zadanie 3. *Znaleźć asymptoty wykresu funkcji*

$$f(x) = x \cdot \arctg x, \quad f(x) = x \cdot \arcsin \frac{x}{1-2x}, \quad f(x) = 3x + \sqrt{x^2 - 4x + 2},$$

$$f(x) = x \cdot \arctg \frac{\sqrt{3}x}{1+x}, \quad f(x) = x \cdot \arccos \frac{x}{1-x}, \quad f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}.$$

Zadanie 4. *Wykazać, że*

$$\arctg x = \frac{\pi}{4} - \arctg \frac{1-x}{1+x}, \quad \text{dla } x \in (-1, \infty),$$

$$3 \arccos x = \pi + \arccos(3x - 4x^3), \quad \text{dla } x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right].$$

Zadanie 5. *Wykazać, że*

$$\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}, \quad \text{dla } x \neq 0,$$

$$\sin x > x - \frac{x^3}{6} \quad \text{dla } x > 0.$$

Zadanie 6. *Zbadać funkcje i naszkicować wykresy funkcji*

$$f(x) = (x - 2) \cdot \sqrt[3]{x + 6}, \quad f(x) = (x - 5) \cdot e^{\frac{1}{3-x}},$$

$$f(x) = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad f(x) = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}, \quad f(x) = \arcsin \frac{2x}{x^2 + 1}.$$